

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в современные оптимизационные методы для задач машинного обучения
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: Ф.С. Стонякин, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 20.01.2025

## Аннотация

Данный курс направлен на изучение и освоение методов математического программирования. Особое внимание уделяется задачам большой размерности, возникающим в современных приложениях.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение теоретических и численных методов решения задач конечномерной оптимизации (МО): теории необходимых и достаточных условий локального экстремума гладкой функции по множеству и некоторых численных методов поиска локальных экстремумов в задачах без-условной и условной оптимизации.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций и методов) в области МО;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области МО;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области МО.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-2.3 Способен организовать и координировать работу участников проекта, обеспечивать работу команды необходимыми ресурсами
	УК-2.4 Представляет публично результаты проекта (или отдельных его этапов) в форме отчетов, статей, выступлений на научно-практических конференциях, семинарах и т.п.
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области прикладной математики и информатики
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области прикладной математики и информатики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)

математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Умеет применять информационно-коммуникационные технологии для поиска и анализа профессиональной информации, выделения в ней главного, структурирования, оформления и представления в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
	ОПК-4.2 Умеет применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен адаптировать зарубежные комплексы обработки информации и автоматизированного проектирования к нуждам отечественных предприятий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации модели программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений на научной аргументации при анализе объекта научной профессиональной деятельности
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационно-коммуникационных технологий и информационных систем, задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, теоремы, численные алгоритмы методов оптимизации (МО);
- современные проблемы соответствующих разделов МО;
- понятия, теоремы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла МО;
- основные численные алгоритмы МО с обоснованием их сходимости;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач (МО).

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач МО;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач МО, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области МО в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач МО (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов МО;
- предметным языком МО и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Общая формулировка задачи	6	6		6
2	Гладкая выпуклая оптимизация.	4	4		6
3	Оптимальные методы	4	4		6
4	Метод сопряженных градиентов для решения систем линейных уравнений, скорость сходимости метода, предобуславливание.	4	4		6
5	Методы условной минимизации	4	4		7
6	Минимизация составных функций.	4	4		7
7	Негладкая оптимизация.	4	4		7
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

###### 1. Общая формулировка задачи

Численная неразрешимость задачи оптимизации в общей форме. Концепция черного ящика. Оценки сложности для класса липшицевых функций. Визитные карточки областей оптимизации.

###### 2. Гладкая выпуклая оптимизация.

Нижние границы аналитической сложности для класса выпуклых функций с Липшицевым градиентом. Нижние границы аналитической сложности для класса сильно выпуклых с Липшицевым градиентом. Эффективность градиентного метода и его неоптимальность.

### 3. Оптимальные методы

Оценивающие последовательности. Общая схема метода быстрых градиентов. Варианты метода быстрых градиентов и их оценки скорости сходимости. Понятие градиентного отображения и его свойства. Аналог градиентного метода и метода быстрых градиентов для задач условной минимизации. Оценки их скорости сходимости. Задача минимизации функций с гладкими компонентами.

4. Метод сопряженных градиентов для решения систем линейных уравнений, скорость сходимости метода, предобуславливание.

Метод сопряженных градиентов для оптимизации неквадратичных функций, стратегии рестарта, зависимость от точной одномерной оптимизации.

### 5. Методы условной минимизации

Градиентное отображение. Метод Франка-Вульфа. Связь проксимальных методов и метода проекции градиента.

### 6. Минимизация составных функций.

Генерация разреженных решений Постановка задачи. Понятие градиентного композитного отображения и его свойства. Прямой градиентный метод. Оценки его скорости сходимости в выпуклом и сильно выпуклом случае. Двойственный градиентный метод и его оценки скорости сходимости. Двойственный градиентный метод с ускорением и его оценки скорости сходимости. Применение данных методов к решению задачи разреженных наименьших квадратов. Обсуждение численных результатов.

### 7. Негладкая оптимизация.

Субградиентный метод на простых множествах. Оценка его сходимости. Субградиентный метод на множестве с функциональными ограничениями и его оценка сходимости. Оптимальность субградиентного на данном классе задач.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Методы оптимизации [Текст]. Ч. 2 : Численные алгоритмы : учеб. пособие для вузов / Жадан, В. Г. ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2015 .— 320 с.
2. Основы методов оптимизации [Текст] / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец - М. МАИ, 1995
3. Методы оптимизации. Условия оптимальности в экстремальных задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Бирюков ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2010 .— 225 с.

### Дополнительная литература

1. Численные методы оптимизации [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. Ф. Измайлов, М. В. Солодов .— М. : Физматлит, 2003, 2005 .— 304 с.

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://dm.fizteh.ru>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Учебная аудитория, экран и проектор.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	Ф.С. Стонякин, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-2.3 Способен организовать и координировать работу участников проекта, обеспечивать работу команды необходимыми ресурсами
	УК-2.4 Представляет публично результаты проекта (или отдельных его этапов) в форме отчетов, статей, выступлений на научно-практических конференциях, семинарах и т.п.
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области прикладной математики и информатики
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области прикладной математики и информатики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Умеет применять информационно-коммуникационные технологии для поиска и анализа профессиональной информации, выделения в ней главного, структурирования, оформления и представления в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
	ОПК-4.2 Умеет применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен адаптировать зарубежные комплексы обработки информации и автоматизированного проектирования к нуждам отечественных предприятий



ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации модели программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений на научной аргументации при анализе объекта научной профессиональной деятельности
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационно-коммуникационных технологий и информационных систем, задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в современные оптимизационные методы для задач машинного обучения» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, теоремы, численные алгоритмы методов оптимизации (МО);
- современные проблемы соответствующих разделов МО;
- понятия, теоремы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла МО;
- основные численные алгоритмы МО с обоснованием их сходимости;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач (МО).

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач МО;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач МО, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области МО в устной и письменной форме.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач МО (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов МО;
- предметным языком МО и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### Примеры заданий

1. Покажите неоптимальность метода наискорейшего спуска на классе функций с липшицевым градиентом.
2. Предложите способы решения задач выпуклой (но не обязательно сильно выпуклой) одномерной минимизации на отрезке длины  $\Delta$  за время  $O(\log(\Delta/\varepsilon))$ , где  $\varepsilon$  – точность решения задачи по аргументу. Возможно ли такое в двумерном случае?
3. Предложите норму и прокс-функцию для задачи оптимизации на прямом произведении симплексов.
4. Попробуйте обобщить результаты, полученные для методов 1го порядка с помощью градиентного отображения.

### Контроль и оценки

Оценка за семестр складывается из:

1. Работа на семинарах. Задача, сданная на семинаре, стоит 1 балл. Задачи со звёздочкой стоят вдвое больше. Если задача была разобрана на семинаре, то с домашнего задания она снимается. На дом остаются все задачи, не сделанные или не разобранные на семинаре.
2. Лабораторные работы. Программирование и сравнение методов оптимизации.
3. Теоретическая контрольная в ноябре. В вопросах контрольной могут присутствовать задания написать формулировки определений или теорем, а также задачи теоретического характера. Более точные баллы за указанные пункты и формула для получения оценки будут объявлены в конце семестра.

Тема для курсовой работы:

1. Метод Франка-Вульфа решения задач выпуклого программирования.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Необходимые и достаточные условия второго порядка в задаче условной оптимизации
2. Квазиньютоновские методы. Метод Давидона-Флетчера-Пауэлла.
3. Квазиньютоновские методы. Метод Бroyдена-Флетчера-Голдфарба-Шэнно.
4. Квазиньютоновские методы. Метод Бroyдена.
5. Квазиньютоновские методы. Метод SR1.
6. Методы нулевого порядка для задач безусловной оптимизации.
7. Методы возможных направлений для задач условной оптимизации.
8. Метод нагруженных функций.
9. Метод потенциалов решения транспортной задачи.

Примеры билетов:

Билет 1:

1. Квазиньютоновские методы. Метод SR1.
2. Метод потенциалов решения транспортной задачи.

Билет 2:

1. Квазиньютоновские методы. Метод Бroyдена-Флетчера-Голдфарба-Шэнно.
2. Метод нагруженных функций.

### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины. На подготовку к экзамену дается 30 минут.